Concursul Interjudeţean de Matematică "Grigore C. Moisil"
Ediţia a XXXIV-a, Baia Mare, 5 – 7 aprilie 2019

Clasa a VI-a

Problema 1. Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia

$$(x+1)\cdot(y+2)\cdot(z+3)=xyzt^3$$

ştiind că $z \leq y$.

Problema 2. Determinaţi numărul natural $n \in \mathbb{N}$ pentru care produsul tuturor divizorilor naturali ai săi este egal cu $2^{36}\cdot 3^{24}\cdot 5^{12}$.

Problema 3. Fie triunghiul ABC, cu $[AB]\equiv[AC]$ şi $m\left(\widehat{BAC}\right)>60^\circ$. În semiplanul opus punctului A faţă de dreapta BC se consideră punctele D şi F astfel încât ΔACD şi ΔBEF sunt triunghuri echilaterale, unde $BC\cap AD=\{E\}$.
a) Arătaţi că ΔDEF este isoscel.
b) Determinaţi măsura unghiului $\widehat{BAC}$, dacă $DE\perp DF$.

Problema 4. Fie $n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$, unghiul ascuţit xOy, cu $m\left(\widehat{xOy}\right)=a^\circ$, $a\in\mathbb{Q}^*$ şi punctele M_1, M_2, ..., M_n situate, în această ordine, pe semidreapta $(Ox$, respectiv N_1, N_2, ..., N_n situate, în această ordine, pe semidreapta $(Oy$, astfel încât $[OM_1]\equiv[M_1N_1]\equiv[N_1M_2]\equiv[M_2N_2]\equiv[N_2M_3]\equiv[M_3N_3]\equiv\ldots\equiv[N_{n-1}M_n]\equiv[M_nN_n]$.

a) Pentru $a=15$, determinaţi măsura unghiului $\widehat{OM_3N_3}$.

b) Precizaţi perechile $(a,n)\in\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ pentru care unghiul $\widehat{OM_nN_n}$ este un unghi drept.

Notă:
Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.